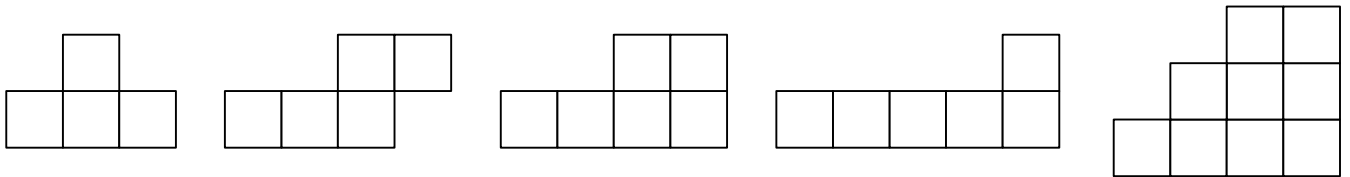




## XXIII Відкрита математична олімпіада лицейом «Лідер»

### 5 клас

1. До деякого числа додали суму його цифр і отримали 2015. Наведіть два приклади такого числа.
2. Складіть квадрат, використовуючи рівно чотири з п'яти зображених фігур. Кожну обрану фігуру можна використовувати лише один раз. Фігури можна повертати та перевертати. Поясніть рисунок.



3. По закінченні шахового турніру Незнайко сказав: «Я набрав на 3,5 очки більше, ніж програв». Чи можуть його слова бути правдою, якщо за перемогу учасник отримує 1 очко, за нічию 0,5 очка, за поразку — 0 очок? Відповідь обґрунтуйте.
4. Хлопчик по четвергах і п'ятницях завжди говорить правду, а по вівторках завжди бреше. Одного разу його сім днів поспіль питали, як його звать. Шість перших днів він давав такі відповіді: «Андрій, Мишко, Андрій, Мишко, Сашко, Мишко». Яку відповідь він дав сьомого дня? Відповідь обґрунтуйте.
5. Між містами  $A$  і  $B$  через пагорбисту місцевість ходить автобус. Під час підйому на височину він їде зі швидкістю 25 км/год, а під час спуску — зі швидкістю 50 км/год. Дорога не має рівних ділянок шляху. Від  $A$  до  $B$  автобус їде 3,5 год, а від  $B$  до  $A$  — 4 год. Знайдіть відстань між містами. Відповідь обґрунтуйте.

Користуватися мікрокалькуляторами заборонено

Час виконання роботи — 2 години

Київ, лицей «Лідер»  
28 лютого 2015 року

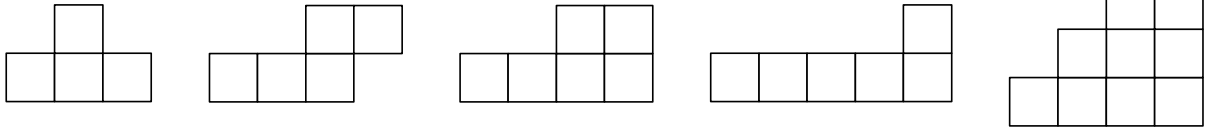


1. До деякого числа додали суму його цифр і отримали 2015. Наведіть два приклади такого числа.

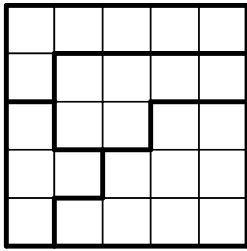
**Відповідь:** 1993; 2011.

**Коментар.**  $1993 + 22 = 2015$ ,  $2011 + 4 = 2015$ .

2. Складіть квадрат, використовуючи рівно чотири з п'яти зображених фігур. Кожну обрану фігуру можна використовувати лише один раз. Фігури можна повертати та перевертати. Поясніть рисунок.



**Відповідь:**



**Розв'язання.** Можна визначити довжину сторони шуканого квадрата. Загальна кількість клітин п'яти фігур дорівнює  $4 + 5 + 6 + 6 + 9 = 30$ . Отже, якщо можливо скласти квадрат, то тільки зі стороною 5. Тобто зайвою є фігура з п'яти клітин.

3. По закінченні шахового турніру Незнайко сказав: «Я набрав на 3,5 очки більше, ніж програв». Чи можуть його слова бути правдою, якщо за перемогу учасник отримує 1 очко, за нічию 0,5 очка, за поразку — 0 очок? Відповідь обґрунтуйте.

**Відповідь:** Не можуть.

**Розв'язання.** Перед початком турніру різниця між набраними та програними очками Незнайка дорівнює нулю. Якщо партія є результативною, то ця різниця змінюється на 1, а якщо партія закінчилася нічиєю, то різниця не змінюється. Тобто, така різниця може набувати лише цілі значення, отже не може бути рівною 3,5.

4. Хлопчик по четвергах і п'ятницях завжди говорить правду, а по вівторках завжди бреше. Одного разу його сім днів поспіль питали, як його звать. Шість перших днів він давав такі відповіді: «Андрій, Мишко, Андрій, Мишко, Сашко, Мишко». Яку відповідь він дав сьомого дня? Відповідь обґрунтуйте.

**Відповідь:** Андрій.

**Розв'язання.** Оскільки серед відповідей немає двох поспіль однакових, хлопчик почав відповідати у п'ятницю або у суботу. Але останнє неможливо, так як він не міг дати у четвер і вівторок однакову відповідь. Отже він закінчив відповідати у четвер і відповів те саме, що і у попередню п'ятницю.

5. Між містами  $A$  і  $B$  через пагорбисту місцевість ходить автобус. Під час підйому на височину він їде зі швидкістю 25 км/год, а під час спуску — зі швидкістю 50 км/год. Дорога не має рівних ділянок шляху. Від  $A$  до  $B$  автобус їде 3,5 год, а від  $B$  до  $A$  — 4 год. Знайдіть відстань між містами. Відповідь обґрунтуйте.

**Відповідь:** 125 км.

**Розв'язання.** Зазначимо, що на тих ділянках, де автобус піднімався на шляху від  $A$  до  $B$ , він спускався на зворотному шляху. Розглядатимемо шлях одразу в обидва кінці, який можна уявити як шлях угору в один бік і шлях з гори — в інший. На нього було витрачено 7,5 год. Оскільки під час спуску швидкість удвічі більша, ніж під час підйому, то час, витрачений на всі спуски, удвічі менший за час, витрачений на всі підйоми. Тобто автобус їхав униз  $7,5 \cdot \frac{1}{3} = 2,5$  год. Отже, відстань від  $A$  до  $B$  становить  $2,5 \cdot 50 = 125$  км.